

MAT-274: Cálculo III

Identificación

Asignatura:	Cálculo III
Sigla:	MAT-274
Area Curricular:	Análisis
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Tercer Semestre
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	2 por semana en una sesión
Pre-Requisitos Formales:	MAT-134
Carreras destinatarias:	Area Ciencia y Tecnología.

Objetivos generales

Proporcionar una introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias y sus aplicaciones siguiendo los siguientes lineamientos:

1. *Demostrar*, como las ecuaciones diferenciales pueden ser útiles en la solución de variados tipos de problemas, en particular, mostrar al estudiante como *Traducir problemas* a un *lenguaje de ecuaciones diferenciales*, esto es, establecer la formulación matemática de problemas. *Resolver* la ecuación diferencial sujeta a condiciones dadas. Interpretar las soluciones obtenidas.
2. *Motivar*, a los estudiantes de modo que se consiga un entendimiento de los tópicos y se desarrolle un interés. Esto se hace por medio de ayudas como: ejemplos, preguntas y problemas para la discusión.
3. *Proporcionar* al estudiante, métodos para resolver ecuaciones diferenciales que pueden aplicarse a diferentes grupos de problemas reales.

Programa Sintético

Naturaleza de las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones de primer orden. Ecuaciones lineales de segundo orden y de orden superior. Soluciones de series de potencias. Transformadas de Laplace. Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones no lineales y estabilidad. Métodos numéricos. Series de Fourier.

Contenidos analíticos

1. *Naturaleza de las ecuaciones diferenciales*: 1.1 Introducción. 1.2 Observaciones generales. 1.3 El teorema de Picard. 1.4 Familias de curvas. Ecuaciones diferenciales de familias de curvas.

Objetivos: Definir la ecuación diferencial ordinaria y parcial. Distinguir las ecuaciones diferenciales ordinarias de las parciales. A menudo el estudiante pierde mucho tiempo tratando de resolver una ecuación diferencial ordinaria, motivo por el cual el objetivo central será el de investigar si la solución en efecto existe. Analizar si hay sólo una solución de la ecuación que satisfaga una condición inicial y para esto utilizaremos en forma apropiada el Teorema de Existencia y Unicidad.

2. *Ecuaciones de primer orden:* 2.1 Observaciones generales sobre las soluciones. 2.2 Ecuaciones homogéneas, exactas, factores de integración. 2.3 Ecuaciones lineales de primer orden. 2.4 Ecuaciones no lineales de primer orden: Bernoulli, Ricatti, Clairaut, Lagrange. 2.5 Reducción de orden. 2.6 Problemas de aplicación.

Objetivos: Descubrir la ecuación diferencial que describe una situación específica. Encontrar la solución apropiada de una ecuación diferencial de primer orden por distintas técnicas. Permitir resolver una diversidad de ecuaciones de primer orden con aplicaciones.

3. *Ecuaciones lineales de segundo orden y de orden superior:* 3.1 Introducción. Teoría general de las ecuaciones de n -ésimo orden. 3.2 La solución general de la ecuación homogénea. 3.3 Utilización de una solución conocida para encontrar otra. 3.4 La ecuación homogénea con coeficientes constantes. 3.5 El método de coeficientes indeterminados. 3.6 El método de variación de parámetros. 3.7 Aplicaciones.

Objetivos: Puesto que no existe fórmula para resolver en forma general una ecuación lineal de orden superior arbitraria y con coeficientes variables, por fortuna, muchas aplicaciones importantes requieren sólo ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes. Por eso, veremos cómo resolver tales ecuaciones en forma rutinaria. Conocer los métodos de coeficientes indeterminados y el de variación de parámetros para resolver ecuaciones de n -ésimo orden.

4. *Soluciones de series de potencias:* 4.1 Introducción. 4.2 Repaso de series de potencias. 4.3 Ecuaciones lineales de segundo orden. 4.4 Puntos ordinarios. Puntos singulares. El punto al infinito.

Objetivos: Como no hay un procedimiento similar para resolver ecuaciones diferenciales lineales cuando los coeficientes son variables, veremos las técnicas de series de potencias para resolver dichas ecuaciones. En especial se estudiarán (debido a sus aplicaciones en áreas tales como acústica, flujo de calor y reacción electromagnética) las ecuaciones de **Bessel** de orden n y la ecuación de **Legendre**.

5. *Transformadas de Laplace:* 5.1 Definición de la transformada de Laplace. 5.2 Observaciones sobre la teoría de la transformadas de Laplace. 5.3 Aplicaciones a ecuaciones diferenciales. 5.4 Derivadas e integrales de transformadas de Laplace. 5.5 La integral de convolución. 5.6 Funciones de fuerzas periódicas y continuas por partes. 5.7 Transformadas de funciones periódicas. Impulsos y funciones delta.

Objetivos: Aprender el cálculo de la transformada de Laplace $F(s)$ de una función $f(t)$. Ver que la transformada de Laplace convierte una ecuación diferencial, donde la incógnita es una función $f(t)$, en una ecuación algebraica para $F(s)$ y así poder simplificar el problema de encontrar la solución $f(t)$. Estudiar la existencia (y unicidad) de la transformada (inversa) de Laplace. Los modelos matemáticos de sistemas mecánicos o electrónicos con frecuencia incluyen funciones con discontinuidades correspondientes a fuerzas externas que varían abruptamente; razón por el cual se estudian funciones de fuerzas periódicas y continuas por partes.

6. *Sistemas de ecuaciones lineales de primer orden:* 6.1 Solución de sistemas lineales por eliminación. 6.2 Teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales de primer orden. 6.3 Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes. 6.4 Eigenvalores y eigenvectores. 6.5 Matrices fundamentales. 6.6 Sistemas lineales no homogéneos.

Objetivos: Investigar la naturaleza general de las soluciones de la ecuación $\frac{dx}{dt} = P(t)x + g(t)$ y su ecuación homogénea asociada. Aplicar los sistemas lineales a modelos matemáticos tales como una red eléctrica, resorte–masa, mezclas y una aplicación a la dinámica

de poblaciones de especies competidoras: una depredadora y la otra su presa. Métodos numéricos para las ecuaciones y sistema de orden mayor.

7. *Ecuaciones no lineales y Estabilidad:* 7.1 Sistemas autónomos. 7.2 El plano fase: sistemas lineales. 7.3 Estabilidad: sistemas casi lineales. 7.4 Segundo método de Liapounov.

Objetivos: Estudiar sistemas de dos ecuaciones de primer grado de la forma $\frac{dx}{dt} = f(x, y)$, $\frac{dy}{dt} = g(x, y)$. Definir puntos límite (o puntos críticos), plano fase. Usar diagramas para obtener información cualitativa acerca de las soluciones del sistema en el plano fase. Estudiar el método de Liapounov para la estabilidad de las soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales.

8. *Métodos numéricos: (Opcional)* 8.1 Introducción: método de Euler. 8.2 Método de Euler mejorado. 8.3 Método de Runge–Kutta.

Objetivos: Ver la aproximación numérica de soluciones y la representación gráfica de estas soluciones aproximadas.

9. *Series de Fourier: (Opcional)* 9.1 Funciones periódicas y series trigonométricas. 9.2 Series generales de series de Fourier y convergencia. 9.3 Funciones pares e impares. 9.4 Aplicaciones de las series de Fourier. 9.5 Conducción del calor y separación de variables. 9.6 Cuerdas vibrantes y la ecuación de onda unidimensional. 9.7 Temperaturas estacionarias y ecuaciones de Laplace.

Objetivos: Analizar las aplicaciones de las series de Fourier, la separación de variables. Discutir las tres ecuaciones clásicas: de onda, calor y Laplace.

Modalidad de Evaluación

La evaluación es *formativa periódica* y *sumativa*, los exámenes parciales o finales pueden ser escritos u orales.

Examen	Temas	Ponderación
Primer Parcial	Capítulo(s) 1, 2 y 3	25 %
Segundo Parcial	Capítulo(s) 4 y 5	25 %
Examen Final	Todos los Capítulos	35 %
Prácticas	Todos	15 %
Recuperatorio	Sobre el examen dado	El mismo
		100 %

Se puede recuperar cualquier examen parcial. La nota del examen de recuperación reemplaza al puntaje anterior.

Bibliografía

- [1] George F. Simmons, (1977), *Ecuaciones diferenciales y sus Aplicaciones*, Ed. Mc. Graw Hill, USA.
- [2] W. Boyce, R. Di Prima, (1979), *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, Ed. Limusa, México.
- [3] Dennis G. Zill, (1988), *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*, Ed. Iberoamericana.
- [4] Edwuars Penney, (1994), *Ecuaciones diferenciales elementales*, Prentice Hall.
- [5] M. Braum, (1990), *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*, Ed. Iberoamericana.

- [6] Elgotz, (1969), *Ecuaciones diferenciales y Cálculo variacional*, Ed. MIR, Moscú.
- [7] Kreider, Kuller, Ostberg, (1978), *Ecuaciones Diferenciales*, Fondo Educativo.