

## MAT-413: Topología

### Identificación

Asignatura:	Topología
Sigla:	MAT-413
Area Curricular:	Topología
Modalidad:	Semestral
Nivel Semestral:	Primer semestre, maestria
Horas Teóricas:	4 por semana en dos sesiones
Horas Prácticas:	4 por semana
Créditos:	6
Carreras destinatarias:	Matemática

### Objetivos

Desarrollar la teoría desde la topología básica hasta los estudios de homotopía, haces fibrados y complejos celulares.

### Competencias

Analiza y demuestra las propiedades topológicas de espacio de funciones y homotopía, haces complejos y de fibrados celulares. Resuelve problemas teóricos y prácticos de topología en este contexto.

### Programa Sintético

Conceptos fundamentales. Espacio de funciones y Homotopía. Haces Fibrados. Complejos celulares

### Contenidos analíticos

- Conceptos Fundamentales*
  - Espacios Topológicos. Bases y sistemas fundamentales de vecindades
  - Interior, cerradura y frontera. Complementación
  - Continuidad. Topologías iniciales y finales. Topologías de subespacio, cociente, suma y producto
  - Compacidad. Teorema de Tychonoff. Propiedades locales
  - Conexidad. Conexidad por trayectorias. Propiedades locales
  - Separabilidad y numerabilidad de topologías. Convergencia de sucesiones
  - Lema de Urysohn y Teorema Tietze
  - Compactificación de espacios. Teoremas de metrización
  - Ejemplos: Topología euclideana, invariancia del dominio. Espacios métricos, grupos topológicos (grupos generales lineales, grupos ortogonales y unitarios, proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt), variedades (esferas, espacios proyectivos, superficies)
- Espacios de Funciones y Homotopía*
  - Espacios de funciones. Topologías compacto-abierta y de convergencia puntual
  - Adjunción y naturalidad. Continuidad de la composición y de la evaluación
  - Teoremas de Stone-Weierstrass y de Ascoli. Espacios de Baire
  - Homotopías entre curvas y funciones. Grupo fundamental
  - Conos y suspensiones. Extensión al cono
  - Espacios de lazos. Grupos de homotopía
- Haces Fibrados*
  - Haces localmente triviales
  - Paracompacidad. Particiones de la unidad
  - Levantamiento de funciones y homotopías en haces fibrados
  - Haces vectoriales. Ejemplo: haz tangente a una variedad
  - Variedades de Stiefel y de Grassmann. Haces universales
  - Espacios cubrientes. Levantamiento de curvas y funciones
  - Clasificación de espacios cubrientes. Cubierta universal. Grupo fundamental del círculo
  - Aplicaciones: Campos tangentes y puntos fijos, teorema de separación de Jordan, teorema fundamental del álgebra, clasificación de grupos topológicos. Teorema del punto fijo de Brouwer en dimensión 2
- Complejos Celulares*
  - Topologías cociente y espacios de adjunción
  - Complejos celulares y paracompacidad
  - Descomposición celular de esferas y de espacios proyectivos
  - Fibraciones de Hopf  $S^{2n-1} \rightarrow S^n$  (únicos casos:  $n = 1, 2, 8$ )
  - Descomposición celular de variedades de Stiefel y de Grassmann
  - Extensión de funciones (cf. Teorema de Tietze)
  - Curvas homólogas y el primer grupo de homología de un espacio
  - Teorema de Poincaré-Hurewicz

## Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento *inductivo*, *deductivo*, *analógico* y *heurístico* para inducir el aprendizaje *por descubrimiento propio*, *dialogado*, *programado* y *demostrativo* que permita al estudiante desarrollar su potencialidad *creativa* con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático formal. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, laboratorio de computación con internet, aplicaciones computacionales, guías de practicas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

## Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicas (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el postgrado es de 66%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se presenta en un plan de trabajo al inicio del semestre. También está prevista un examen de recuperación de cualquier examen parcial cuya nota reemplaza a la anterior.

## Prácticas y Laboratorio

Las prácticas escritas como las implementaciones en laboratorio son monitoriadas por el mismo docente del postgrado.

## Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de *conceptos*, *teoremas* y *métodos* en la *demostración* o *resolución* de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en un *lenguaje matemático* adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la *creatividad* y la *simplicidad* en la presentación de sus resultados.

## Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos	1				2						3						4			

## Bibliografía

- [1] Adams, J. F. (1972), *Algebraic topology: a student's guide*, Vol. 4. Cambridge University Press.
- [2] Atiyah, M. F. y Anderson, D. W. (1967), *K-theory* Vol. 2. New York: WA Benjamin.
- [3] Bourbaki, N. (1966). *General topology*, Part 1, Hermann, Paris and Addison-Wesley.
- [4] James, Dugundji (1966), *Topology*, Allen and Bacon, Boston, MA.