# MAT-428: Teoría de Optimización Dinámica

#### Identificación

Asignatura: Teoría de Optimización Dinámica

Sigla: MAT-428

Area Curricular: Optimización Matemática

Modalidad: Semestral

Nivel Semestral: Segundo semestre, maestria

Horas Prácticas: 6 por semana Horas Laboratorio: 2 por semana

Créditos:

Carreras destinatarias: Matemática Aplicada

# Objetivos

Estudiar la optimización dinámica de manera que el estudiante adquiera una visión completa del tema, desde el Cálculo de variaciones hasta el Control Óptimo sin dejar la Programación Dinámica y la relación entre estos temas.

# Competencias

Analiza y demuestra las propiedades de la teoría de optimización dinámica. Aplica los resultados en el desarrollo del cálculo de variaciones, el principio del máximo y la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman y resuelve problemas teóricos y prácticos del control óptimo con implementación computacional de los modelos considerados.

#### Programa Sintético

Preliminares. Cálculo de Variaciones. Del Cálculo de Variaciones al Control Óptimo. El Principio del Máximo. La Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman. El Regulador Cuadrático Lineal.

# Contenidos analíticos

- 1. Preliminares:1.1 Problema de Control Óptimo. 1.2 Revisión de optimización en dimensión finita. 1.3 Visión de optimización en dimensión infinita.
- 2. Cálculo de Variaciones:2.1 Problemas variacionales. 2.2 Extremo débil y extremo fuerte. 2.3 Condiciones necesarias de primer orden para extremo débil. 2.4 Hamiltoniano. 2.5 Problemas variacionales restringidos. 2.6 Condiciones de segundo orden.
- 3. Del Cálculo de Variaciones al Control Óptimo: 3.1 Condiciones necesarias de primer orden para extremo fuerte. 3.2 Cálculo de variaciones vs Control óptimo. 3.3 Formulación y supuestos del problema de control óptimo. 3.4 Enfoque variacional al problema con tiempo fijo y puntos terminales libres.
- 4. El Principio del Máximo:4.1 De la forma de Lagrange a la forma de Mayer. 4.2 Perturbación de control temporal. 4.3 Perturbación de control espacial. 4.4 Ecuación variacional. 4.5 Cono terminal. 4.6 Lema topológico clave. 4.7 Hiperplano separador. 4.8 Ecuación adjunta. 4.9 Propiedades del Hamiltoniano. 4.10 Condiciones de transversalidad. 4.11 Aplicación a problemas de control óptimo.
- 5. La Ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman: 5.1 Programación dinámica y la ecuación de HJB. 5.2 La ecuación HJB y el Principio del Máximo.
- 6. El Regulador Cuadrático Lineal:6.1 Problema LQR (Linear Quadratic Regulator) de horizonte finito. 6.2 Retroalimentación óptima. 6.3 Ecuación de Riccati. 6.4 Función valor y optimalidad. 6.5 Existencia global de solución para la Ecuación de Riccati. 6.6 Problema LQR de horizonte infinito. 6.7 Existencia y propiedades del límite. 6.8 Solución al problema de horizonte infinito. 6.9 Estabilidad.

#### Métodos y Medios Didácticos

Los métodos didácticos aplicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia son las exposiciones magistrales del docente que utiliza recursos educativos y métodos de razonamiento inductivo, deductivo, analógico y heurístico para inducir el aprendizaje por descubrimiento propio, dialogado, programado y demostrativo que permita al estudiante desarrollar su potencialidad creativa con pensamiento crítico capaz de demostrar y presentar los teoremas con rigor lógico utilizando el lenguaje matemático formal. Los medios didácticos que dispone la Carrera son las aulas equipadas con medios audio visuales, laboratorio de computación con internet, aplicaciones computacionales, guías de practicas, material impreso o digital, mapas conceptuales y una Biblioteca especializada que facilita el desarrollo teórico y práctico de la asignatura.

#### Estructura de Evaluación

La evaluación es la valoración de las competencias de conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y de valores (saber ser) alcanzadas mediante exámenes parciales periódicas (60%), prácticas e implementaciones de laboratorio (15%) y una evaluación final (25%) de todo el contenido de la asignatura. Sobre un total de 100%, la nota mínima de aprobación en el postgrado es de 66%. La distribución de temas por parciales, así como el cronograma de los exámenes se presenta en un plan de trabajo al inicio del semestre. También está prevista un examen de recuperación de cualquier examen parcial cuya nota reemplaza a la anterior.

# Prácticas y Laboratorio

Las prácticas escritas como las implementaciones en laboratorio son monitoriadas por el mismo docente del postgrado.

#### Criterios de Evaluación

La evaluación de la asignatura consiste en pruebas escritas u orales, donde se valora la aplicación adecuada de conceptos, teoremas y métodos en la demostración o resolución de problemas planteados; y, en la calificación de prácticas o trabajos de laboratorios cuyo informe debe estar escrito en un lenguaje matemático adecuado con rigor lógico. Se valora de forma adicional la creatividad y la simplicidad en la presentación de sus resultados.

#### Cronograma de Avance

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Capítulos		1			2			3			4			5			6			

# Bibliografía

- [1] Liberzon, D. Calculus of variations and Optimal Control Theory, Princeton University Press,. 2012.
- [2] Speyer, J.; Jacobson, D. Primer on Optimal Control Theory, SIAM, 2010.
- [3] Vinter, R. Optimal Control, Springer, 2010.
- [4] Troutman, J. Variational Calculus and Optimal Control, Springer, 1996.